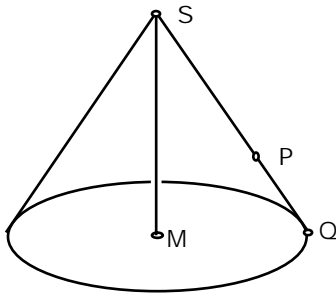


Ein gerader Kreiskegel besitzt die Spitze $S(-7|-3|14)$. $M(3|-1|3)$ ist der Mittelpunkt des Grundkreises. $P(1|-1|8)$ liegt auf einer Mantellinie des Kegels. Berechnen Sie das Volumen des Kegels.



$$\overrightarrow{SM} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -11 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{SP} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Die Grundflächenebene steht normal zur Höhe SM und geht durch M:

$$10x + 2y - 11z + 5 = 0$$

Die Gerade SP: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ schneidet die Grundflächenebene in Q:

$$\begin{aligned} 10(1 + 4t) + 2(-1 + t) - 11(8 - 3t) + 5 &= 0 \\ -75t + 75 &= 0 \\ t &= 1 \end{aligned}$$

Damit ist $Q(5 | 0 | 5)$ und $\overrightarrow{MQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Der Grundkreisradius ist gleich der Länge von MQ: $r = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$

Die Höhe ist gleich der Länge von SM: $h = \sqrt{100 + 4 + 121} = 15$

Für das Volumen gilt: $v = \frac{\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{3} \cdot 9 \cdot 15 = 45\pi$