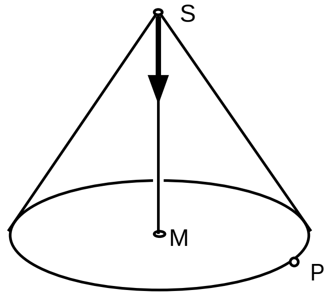
Ein gerader Kreiskegel ist gegeben durch die Spitze S(6|-1|7), den Richtungsvektor der Kegelachse und durch den Punkt P(-1|7|5) auf der Peripherie des Grundkreises. Berechnen Sie das Volumen des Kegels.

Richtungsvektor der Kegelachse: $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$



Die Grundfläche des Kegels steht senkrecht zur Achse und geht durch P:

$$x - 2y + 2z + 5 = 0$$

Die Höhengerade $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ schneidet diese Ebene in M.

$$(6 + t) - 2(-1 - 2t) + 2(7 + 2t) + 5 = 0$$
$$9t + 27 = 0$$
$$t = -3 \quad \Rightarrow \quad M(3 \mid 5 \mid 1)$$

$\overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\qquad r = \sqrt{16 + 4 + 16} = 6$

$\overrightarrow{MS} = \begin{pmatrix} 3 \\ 36 \\ 36 \end{pmatrix}$ $\qquad h = \sqrt{9 + 36 + 36} = 9$

Damit ergibt sich für das Volumen: $V = \frac{\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{3} \cdot 36 \cdot 9 = 108\pi$