

Die Ebene E: $2x - 5y + 14z - 1 = 0$ und die Punkte $P(5|-7|-1)$ und $Q(x_Q|0|6)$ sind gegeben.
Bestimmen Sie x_Q so, dass P und Q auf verschiedenen Seiten von E liegen, aber gleich weit von der Ebene entfernt.

[Matur TSME 02, Aufgabe 2a]

$$\text{Hesseform der Ebenengleichung: } \frac{2x - 5y + 14z - 1}{\sqrt{4 + 25 + 196}} = \frac{2x - 5y + 14z - 1}{15} = 0$$

Wenn wir auf der linken Seite die Koordinaten von $P(5|-7|-1)$ erhalten wir nicht mehr Null, sondern den Abstand d des Punktes P von der Ebene:

$$d = \frac{2 \cdot 5 - 5 \cdot (-7) + 14 \cdot (-1) - 1}{15} = \frac{10 + 35 - 14 - 1}{15} = \frac{30}{15}$$

Punkte auf der anderen Seite der Ebene haben negative Abstände;
damit erhalten wir für $Q(x_Q|0|6)$:

$$\frac{2 \cdot x_Q - 5 \cdot 0 + 14 \cdot 6 - 1}{15} = -\frac{30}{15}$$

$$2x_Q + 83 = -30$$

$$2x_Q = -113$$

$$x_Q = -56.5$$

$$\text{und: } \mathbf{Q(-56.5|0|6)}$$