

Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden g (inklusive Fusspunkt)

a) $M(1 | -1 | 1)$ $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Normalebene zu g durch M: $x + y + 4z = 4$

Schnitt der Ebene mit g: $(2 + t) + (t) + 4(-4 + 4t) = 4 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow F(3 | 1 | 0)$

Abstand PF: $d = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$

b) $P(1 | -1 | 1)$ $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$F(2 - t | 3 + 2t | 2 + 2t)$ ist ein Punkt der Geraden g

\overline{PF} steht senkrecht auf g: $\begin{pmatrix} 1 - t \\ 4 + 2t \\ 1 + 2t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 9 + 9t = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow F(3 | 1 | 0)$

Abstand PF: $d = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$

$$c) \quad P(3 \mid 1 \mid 0) \quad g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Normalebene zu g durch M: $2x - y + 2z = 5$

Schnitt der Ebene mit g:

$$2(-1 - 2t) - (t) + 2(-1 - 2t) = 5 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow F(1 \mid -1 \mid 1)$$

$$\text{Abstand PF:} \quad d = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$d) \quad P(3 \mid 1 \mid 0) \quad g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$F(2 + t \mid -1 \mid 3 + 2t)$ ist ein Punkt der Geraden g

$$\overline{PF} \text{ steht senkrecht auf g: } \begin{pmatrix} t-1 \\ -2 \\ 2t+3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 5 + 5t = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow F(1 \mid -1 \mid 1)$$

$$\text{Abstand PF:} \quad d = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$