

Die Kugel K schneidet die Ebene E in einem Kreis. Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius dieses Kreises.

$$K: x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 22z - 103 = 0 \quad E: 2x + 2y - z - 18 = 0$$

Mittelpunkt und Radius von K bestimmen.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 22z - 103 = 0$$

$$x^2 + (y - 1)^2 + (z - 11)^2 = 103 + 1 + 121 = 225 \quad M(0|1|11) \quad r = 15$$

Wir legen eine Normale zur Ebene durch den Mittelpunkt der Kugel: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

M' ist der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Ebene:

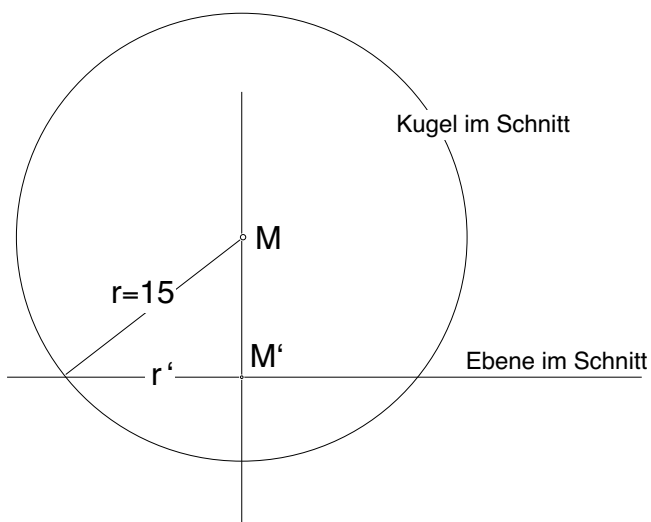
$$2(0 + 2t) + 2(1 + 2t) - (11 - t) - 18 = 0$$

$$9t = 27$$

$$t = 3$$

$$\mathbf{M'(6|7|8)}$$

Eine geometrische Überlegung verhilft uns zum Radius:



Wir berechnen den Abstand MM':

$$\overrightarrow{MM'} = \begin{pmatrix} 6 - 0 \\ 7 - 1 \\ 8 - 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow MM' = \sqrt{36 + 36 + 9} = 9$$

Nach dem Satz des Pythagoras gilt nun für r':

$$(r')^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

$$\mathbf{r' = 12}$$