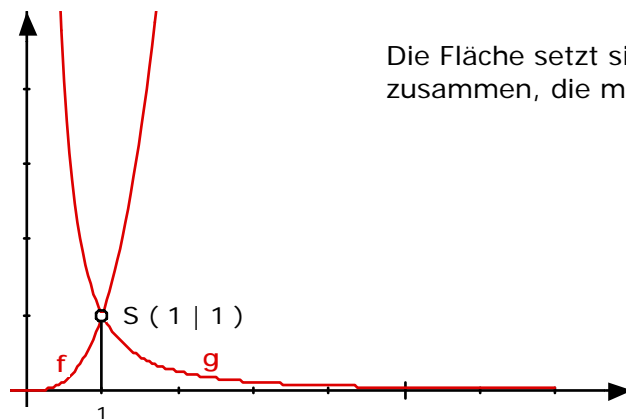


$$f: y = x^3, \quad g: y = \frac{1}{x^2}$$

Die Kurven f und g begrenzen zusammen mit der positiven x-Achse eine Fläche. Wie gross ist das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn diese Fläche um die x-Achse rotiert.



Die Fläche setzt sich aus zwei Stücken zusammen, die man einzeln berechnen muss.

Schnitt der Graphen:

$$x^3 = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^5 = 1 \Rightarrow x = 1$$

Linker Körper:
$$V_1 = \pi \int_0^1 x^6 dx = \pi \frac{x^7}{7} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{7}$$

Beim zweiten Teil des Körpers ergibt sich ein uneigentliches Integral;
Wir rechnen vorerst für $[1; a]$

$$\int_1^a \frac{1}{x^4} dx = \int_1^a x^{-4} dx = -\frac{x^{-3}}{3} \Big|_1^a = -\frac{1}{3x^3} \Big|_1^a = -\frac{1}{3a^3} + \frac{1}{3}$$

Daraus ergibt:
$$V_2 = \pi \cdot \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{a^3} \right) = \frac{\pi}{3}$$

Das Gesamtvolumen ist:
$$V = \frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{21}$$