

$$\sin 3x =$$

---

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x$$

Und nun die Doppelwinkelformeln:

$$\begin{aligned}\sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x &= 2 \sin x \cos x \cdot \cos x + (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \sin x \\ &= 2 \sin x \cos^2 x + \sin x \cos^2 x - \sin^3 x \\ &= 3 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x \\ &= \sin x \cdot (3 \cos^2 x - \sin^2 x)\end{aligned}$$

Hier könnte man eventuell aufhören, das Ergebnis wird aber schöner, wenn wir noch den Kosinus durch Sinus ersetzen:

$$\begin{aligned}3 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x &= 3 \sin x (1 - \sin^2 x) - \sin^3 x = 3 \sin x - 3 \sin^3 x - \sin^3 x \\ &= \mathbf{3 \sin x - 4 \sin^3 x}\end{aligned}$$