

Fünf Zahlen bilden eine GF. Die Summe der ersten zwei Zahlen ist -4, die der letzten zwei Zahlen ist 108. Wie heissen die fünf Zahlen?

Ansatz für die Folge: a, aq, aq^2, aq^3, aq^4

Das ergibt das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} a + aq = -4 \\ aq^3 + aq^4 = 108 \end{cases}$$

Am schnellsten und elegantesten kommen Sie zum Ziel, wenn Sie die zweite Gleichung durch die erste dividieren:

$$\begin{aligned} \frac{aq^3 + aq^4}{a + aq} &= \frac{108}{-4} \\ \frac{aq^3(1+q)}{a(1+q)} &= -27 \\ q^3 &= -27 = (-3)^3 \\ q &= -3 \end{aligned}$$

Das gefundene q wird in der ersten Gleichung eingesetzt:

$$\begin{aligned} a + a \cdot (-3) &= -4 \\ -2a &= -4 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Die Folge heisst: **2, -6, 18, -54, 162**

Sie können auch die erste Gleichung nach $a = \frac{-4}{1+q}$ auflösen und den gefundenen Term in der zweiten Gleichung einsetzen; kürzen Sie den Bruch (faktorisieren) auf der linken Seite, sonst erhalten Sie eine Gleichung 4. Grades.