

In einer Urne liegen  $x$  rote, 7 blaue und 8 grüne Kugeln.

A sei das Ereignis, in zwei Zügen ohne Zurücklegen zwei rote Kugeln zu ziehen.

B sei das Ereignis, in zwei Zügen ohne Zurücklegen zwei blaue Kugeln zu ziehen.

- a) Die Wahrscheinlichkeit von B sei um  $\frac{11}{190}$  grösser als die Wahrscheinlichkeit von A. Berechnen Sie daraus die Zahl der roten Kugeln!
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen von mindestens einer grünen Kugel bei fünf Zügen mit Zurücklegen!
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen zweier verschiedenfarbiger Kugeln bei zwei Zügen ohne Zurücklegen!
- d) Berechnen Sie die unter c) verlangte Wahrscheinlichkeit unter der Voraussetzung, dass die erste gezogene Kugel blau oder grün ist!
- 

$x$  rote, 7 blaue und 8 grüne, total  $x + 7 + 8 = x + 15$  Kugeln.

Die Wahrscheinlichkeit für A ist: 
$$\frac{x}{15+x} \cdot \frac{x-1}{15+x-1} = \frac{x}{15+x} \cdot \frac{x-1}{14+x} = \frac{x(x-1)}{(15+x)(14+x)}$$

Die Wahrscheinlichkeit für B ist: 
$$\frac{7}{15+x} \cdot \frac{6}{15+x-1} = \frac{7}{15+x} \cdot \frac{6}{14+x} = \frac{42}{(15+x)(14+x)}$$

- a) Aus obigen Wahrscheinlichkeiten erhalten wir die Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{x(x-1)}{(15+x)(14+x)} + \frac{11}{190} &= \frac{42}{(15+x)(14+x)} && | \cdot 190(15+x)(14+x) \\ 190x(x-1) + 11(15+x)(14+x) &= 42 \cdot 190 \\ 190x^2 - 190x + 11(210 + 29x + x^2) &= 7980 \\ 190x^2 - 190x + 2310 + 319x + 11x^2 &= 7980 \\ 201x^2 + 129x - 5670 &= 0 \end{aligned}$$

Diese Gleichung hat eine brauchbare  $x = 5$  und eine unbrauchbare Lösung ( $x = -5.6$ )

- b) Keine grüne Kugel ziehen ist das Gegenereignis mit der Wahrscheinlichkeit  $\bar{p} = \left(\frac{12}{20}\right)^5 = 0.6^5$ , also ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $1 - 0.6^5 = 92.2\%$

c) 1. Art: mit dem Gegenereignis

Das Gegenereignis ist: rot-rot oder blau-blau oder grün-grün

mit der Wahrscheinlichkeit:  $\frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = \frac{20+42+56}{380} = \frac{118}{380}$

Gesuchte Wahrscheinlichkeit:  $1 - \frac{118}{380} = \frac{262}{380} = \frac{131}{190} = 68.9\%$

2. Art: direkt

Ereignisse: rot-blau, blau-rot, rot-grün, grün-rot, blau-grün, grün-blau

mit der Wahrscheinlichkeit:  $\frac{5}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = \frac{2 \cdot 35 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 56}{380} = \frac{262}{380}$

d) Bedingte Wahrscheinlichkeit!

möglich sind alle Ereignisse, bei denen der 1. Zug blau oder grün ist:

$$\frac{7}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$$

günstig sind die Ereignisse: blau-rot oder blau-grün oder grün-rot oder grün-blau

mit der Wahrscheinlichkeit:  $\frac{7}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = \frac{35+56+40+56}{380} = \frac{187}{380}$

das ergibt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$\frac{\text{günstige}}{\text{mögliche}} = \frac{\frac{187}{380}}{0.75} = \frac{187}{285} = 65.6\%$$