

Berechnen Sie den Zwischenwinkel der gegebenen Vektoren:

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 15 \\ 8 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

Wir benützen in allen Fällen die Formel: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Dabei stehen a und b für die Längen (Beträge) der Vektoren \vec{a} und \vec{b} .

a) $\begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 48 - 15 = 33 = 13 \cdot 5 \cdot \cos \gamma$ $a = \sqrt{144 + 25} = 13$
 $b = \sqrt{16 + 9} = 5$
 $\cos \gamma = \frac{33}{65}$
 $\gamma = \mathbf{59.49^\circ}$

b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 8 \end{pmatrix} = 0 + 48 = 48 = 6 \cdot 17 \cdot \cos \gamma$ $a = \sqrt{0 + 36} = 6$
 $b = \sqrt{225 + 64} = 17$
 $\cos \gamma = \frac{48}{102}$
 $\gamma = \mathbf{61.93^\circ}$

c) $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix} = 24 - 24 = 0$ Die Vektoren \vec{a} und \vec{b} stehen senkrecht aufeinander!

d) $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} = 15 - 14 = 1 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{58} \cdot \cos \gamma$
 $\gamma = \mathbf{88.60^\circ}$

Rechnen Sie auf dem Taschenrechner:

$$1 : \sqrt{29} : \sqrt{58}.$$

Schreiben Sie keine Zwischenresultate für die Wurzeln auf!