

Ein Spat ist gegeben durch die Vektoren $\vec{a} = \overline{OA}$, $\vec{b} = \overline{OB}$ und $\vec{c} = \overline{OC}$.
O ist der Koordinatenursprung. Bestimmen Sie sein Volumen.

a) A(0|7|3), B(3|0|7), C(7|3|0)

$$\text{dann gilt: } \vec{a} = \overline{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \overline{OB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \overline{OC} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wir berechnen das Produkt von zwei dieser Vektoren:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 9 \\ -21 \end{pmatrix}$$

dieses Produkt wird skalar mit dem dritten Vektor multipliziert:

$$V = \begin{pmatrix} 49 \\ 9 \\ -21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 343 + 27 + 0 = 370$$

b) A(2|-1|-5), B(3|8|4), C(-2|2|9)

$$\text{dann gilt: } \vec{a} = \overline{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \overline{OB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \overline{OC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Wir berechnen das Produkt von zwei dieser Vektoren:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ -23 \\ 19 \end{pmatrix}$$

dieses Produkt wird skalar mit dem dritten Vektor multipliziert:

$$V = \begin{pmatrix} 36 \\ -23 \\ 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} = -72 - 46 + 171 = 53$$