$$g:\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\8\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix},\qquad h:\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\5\\-3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\q\\4\end{pmatrix}$$

Die Geraden g und h schneiden sich in S(u|10|w).
Bestimmen Sie die vollständige Gleichung von h und die Koordinaten von S.

Denken Sie daran: bei Schnittpunktberechnungen müssen die Parameter verschieden sein!

$$g:\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\8\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix},\qquad h:\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\5\\-3\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\q\\4\end{pmatrix}$$

Wenn wir den Punkt S in g einsetzen, erhalten wir gerade 3 Gleichungen für 3 Unbekannte:

$$\left|\begin{array}{rcl}u&=&-3+2t\\10&=&8+t\\w&=&1-4t\end{array}\right|$$

Die 2. Gleichung liefert: $t=2$

Eingesetzt in den beiden anderen Gleichungen ergeben sich: $u=1$ und $w=-7$.

Damit ist $\mathbf{S(1|10|-7)}$ bekannt und kann in h eingesetzt werden:

$$\left|\begin{array}{rcl}1&=&p+s\\10&=&5+sq\\-7&=&-3+4s\end{array}\right|$$

Aus der 3. Gleichung errechnet sich $s=-1$, was wir in den beiden anderen einsetzen:

$$\left|\begin{array}{rcl}1&=&p-1\\10&=&5-q\end{array}\right|$$

Hier gilt: $p=2$ und $q=-5$

Die Gleichung der 2. Geraden heisst: $$\mathbf{h:}\ \begin{pmatrix}\mathbf{x}\\\mathbf{y}\\\mathbf{z}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{5}\\\mathbf{-3}\end{pmatrix}+\mathbf{s}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{1}\\\mathbf{-5}\\\mathbf{4}\end{pmatrix}$$