

Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius der Kugel

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 14y + 2z + 41 = 0$$

Ordnen Sie die Gleichung neu (beachten Sie die Lücken!)

$$(x^2 + 8x + \quad) + (y^2 - 14y \quad) + (z^2 + 2z \quad) = -41 \quad (1)$$

Jede dieser Klammern stellt einen wesentlichen Teil einer binomischen Formel dar, die wir nun als nächstes notieren:

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 + (z + 1)^2 = \quad (2)$$

(Die roten quadratischen Ergänzungen erhält man, indem man in der Gleichung (1) die Koeffizienten der linearen Glieder durch 2 teilt.)

Die Gleichung (2) entspricht nun aber nicht mehr der ursprünglichen Gleichung (1); wir ergänzen (1) durch die fehlenden roten Zahlen (auf beiden Seiten!).

$$(x^2 + 8x + 4^2) + (y^2 - 14y + 7^2) + (z^2 + 2z + 1^2) = -41 + 16 + 49 + 1$$

Damit heisst die Kugelgleichung.

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 + (z + 1)^2 = 25$$

und Mittelpunkt und Radius lassen sich ablesen: $M(-4 | 7 | -1)$ und $r = 5$.

Beachten Sie die Vorzeichen!