KOMBINATORIK

Zur Kombinatorik finden Sie in der Formelsammlung Seite 26/27 eine ganze Reihe von Formeln. Ich möchte Ihnen eher davon abraten; meiner Erfahrung nach kommt das in der Regel nicht besonders gut heraus.

Unterscheiden Sie primär zwischen Aufgaben mit und ohne Anordnung. Dabei heisst "mit Anordnung", dass die Reihenfolge der Elemente wesentlich ist.

Beispiel 1: Ich lese aus einer Klasse zwei Schüler aus und schicke sie zum Hausdienst.
Die Reihenfolge ist unwesentlich, Aufgabe ohne Anordnung.

Beispiel 2: Ich lese aus einer Klasse zwei Schüler aus: den einen schicke ich zum Hausdienst, der andere muss die Tafel putzen.
Die Reihenfolge ist wesentlich, Aufgabe mit Anordnung.

Aufgaben mit Anordnung

Beispiel 1: Aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 ist eine fünfstellige Zahl zu bilden, in der jede Ziffer genau einmal vorkommt.

Es gibt $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$ mögliche Zahlen

Beispiel 2: Aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 ist eine fünfstellige Zahl zu bilden, die Einschränkung aus Beispiel 1 fällt weg.

Es gibt $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5 = 3'125$ mögliche Zahlen.

Beispiel 3: Aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 ist eine dreistellige Zahl zu bilden, in der jede Ziffer höchstens einmal vorkommt.

Es gibt $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ mögliche Zahlen

Beispiel 4: Aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 ist eine dreistellige Zahl zu bilden, die Einschränkung aus Beispiel 3 fällt weg.

Es gibt $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$ mögliche Zahlen.

Beispiel 4: Aus den Ziffern 1, 3, 5 ist eine fünfstellige Zahl zu bilden.

Es gibt $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$ mögliche Zahlen.

Bei all diesen Beispielen werden die Ziffern
entweder **höchstens einmal** benützt (Anordnung ohne Zurücklegen)
oder die Ziffern können **beliebig oft** benützt werden (Anordnungen mit Zurücklegen);
die Lösung erhält man immer durch eine Multiplikation.

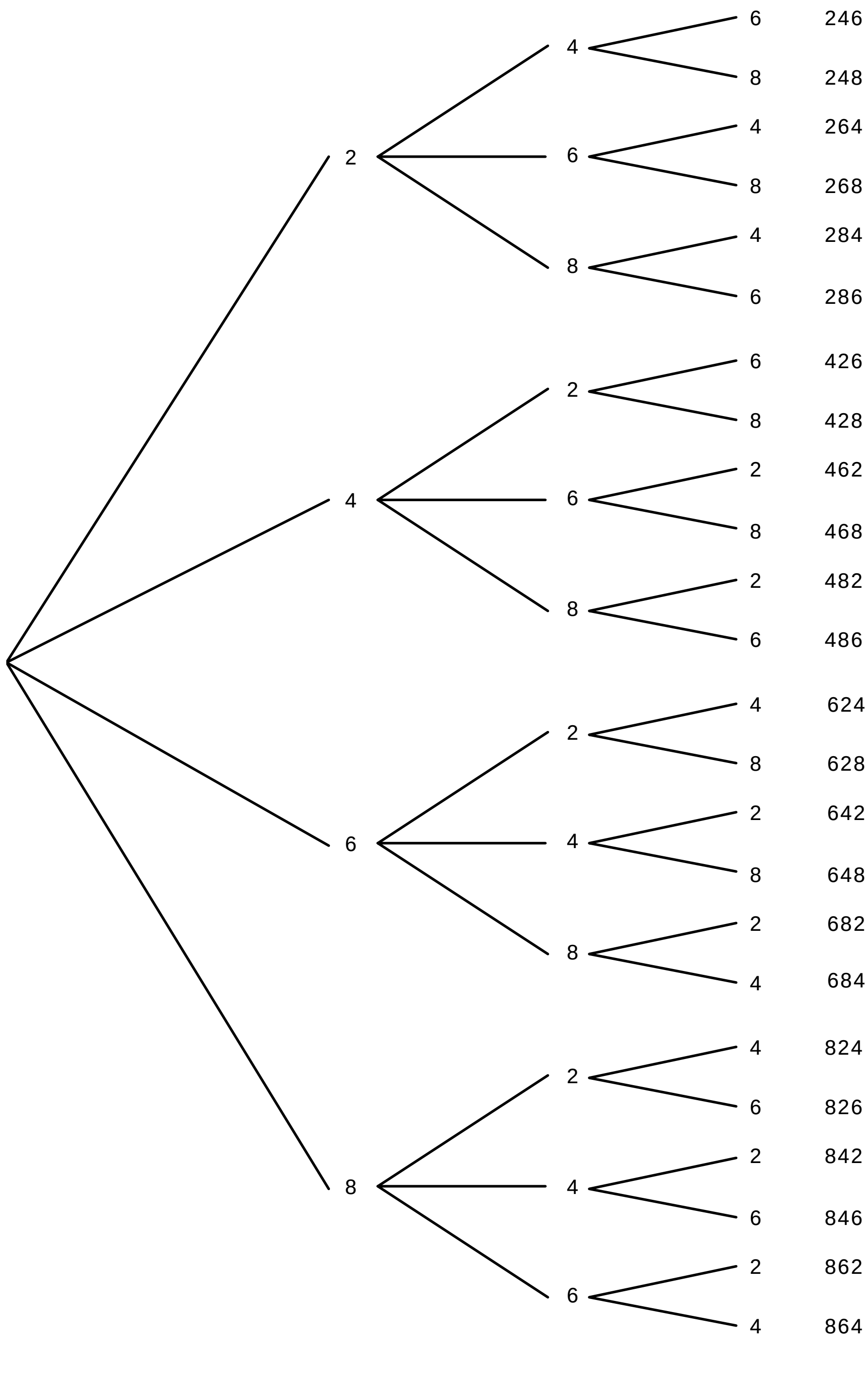
Eine Anordnungsaufgabe, die nicht in dieses Schema passt:

Beispiel 5: Aus 2 Einsen, 4 Dreien und 3 Fünfen soll eine neunstellige Zahl gebildet werden.
Eine bestimmt Ziffer kommt hier weder höchstens einmal noch beliebig oft vor.

Diese Aufgaben werden wir im Abschnitt "Spezielle Aufgaben" anschauen.

Wie man auf die Multiplikationsformel kommt sei an folgendem Beispiel erörtert:

Es werden dreistellige Zahlen gebildet, in denen die Ziffern 2, 4, 6, 8 höchstens einmal vorkommen.



Man sieht unschwer das Multiplikationsschema: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Meist sind die Bäume zu umfangreich, um effektiv gezeichnet zu werden; als Objekt der Vorstellung helfen sie aber das richtige Muster zu finden.

Für einige dieser Multiplikationsmuster gibt es abkürzende Schreibweisen.

Seit langem bekannt: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6 = 729$

Neu: die Fakultät: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = 720$

(gelesen als: 6 Fakultät.
Auf dem Taschenrechner und in der Formelsammlung S. 118 zu finden)

Weiter ergibt sich:

$$18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{18!}{11!}$$